НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ МГТУ ИМ. Н. Э. БАУМАНА
НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ
Эл № ФС77 - 48211. Государственная регистрация №0421200025. ISSN 1994-0408
электронный научно-технический журнал

Расчет возрастания энтропии при теплообмене двух тел

01, январь 2014
DOI: 10.7463/0114.0681975

Глаголев К. В., Морозов А. Н., Поздышев М. Л.

УДК 621.941.1

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана
cglagolev@mail.ru
amor59@mail.ru
pte59@mail.ru

Разработка методов описания процессов, происходящих в неравновесных системах, требует применения новых подходов. Дело в том, что в отличие от процессов, происходящих в квазиравновесных системах, для которых применимы методы равновесной термодинамики, при описании сильно неравновесных систем возникает необходимость использования соотношений, отличающихся от обычно применяемых в линейной термодинамике [1, 2]. В частности, в качестве альтернативы линейным кинетическим соотношениям выступает применение интегральных преобразований, описывающих немарковские процессы [3].

Стремление энтропии к максимальному значению при приближении термодинамической системы к равновесному состоянию описывается разными функциями, в зависимости от степени неравновесности системы. Если система находится в близком к равновесию состоянии, то её стремление к максимальному значению происходит максимально быстро и описывается экспоненциальной зависимостью. Для далеких от равновесия состояний возрастание энтропии происходит максимально медленно и описывается логарифмической зависимостью. Покажем это на простом примере.

Пусть имеется термодинамическая система, состоящая из двух находящихся в тепловом контакте тел, помещенная в адиабатическую оболочку. Считаем, что тела имеют идеальную (бесконечно высокую) теплопроводность. Теплоемкости тел одинаковы и равны C. Температура

первого тела в некоторый момент времени равна T_1, а второго - T_2, причем $T_2 > T_1$. Найдем уравнение, описывающее изменение энтропии системы с течением времени при её стремлении к состоянию термодинамического равновесия. Будем считать, что передача теплоты от одного тела к другому описывается формулой

$$\delta Q = \kappa (T_2 - T_1) dt, \tag{1}$$

где κ - коэффициент теплопередачи.

После достижения системой состояния термодинамического равновесия температура тел станет одинаковой

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}, \tag{2}$$

а её энтропия примет максимальное значение S_∞.

Изменение энтропии системы при её переходе в равновесие можно определить по формуле

$$\Delta S = S_\infty - S = C \int_{T_1}^{T} \frac{d\tilde{T}_1}{\tilde{T}_1} + C \int_{T_2}^{T} \frac{d\tilde{T}_2}{\tilde{T}_2} = C \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) + C \ln\left(\frac{T}{T_2}\right) = C \ln\left(\frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1T_2}\right). \tag{3}$$

Из этой формулы следует

$$\exp\left(\frac{S_\infty - S}{C}\right) = \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1T_2} = \frac{(T_1 - T_2)^2}{4T_1T_2} + 1. \tag{4}$$

В соответствии со свойством аддитивности энтропии для изменения энтропии рассматриваемой системы можно записать

$$dS = dS_1 + dS_2 = \frac{\delta Q}{T_1} - \frac{\delta Q}{T_2} = \frac{\kappa (T_2 - T_1)}{T_1} dt - \frac{\kappa (T_2 - T_1)}{T_2} dt = \kappa \frac{(T_2 - T_1)^2}{T_1 T_2} dt. \tag{5}$$

Здесь учтено, что теплота отводится от второго тела и подводится к первому.

Тогда уравнение, описывающее изменение энтропии с течением времени при стремлении системы к состоянию термодинамического равновесия, примет окончательный вид

$$\frac{dS}{dt} = 4\kappa \left(\exp\left(\frac{S_\infty - S}{C}\right) - 1 \right). \tag{6}$$

При $S < S_\infty$ правая часть этого уравнения больше нуля, что соответствует росту энтропии с течением времени: $\frac{dS}{dt} > 0$. При достижении энтропией системы S равновесного (максимального) значения S_∞, правая часть полученного уравнения становится равной нулю, и дальнейшего роста энтропии не происходит.

Если считать, что в начальный момент времени энтропия $S(t)\big|_{t=0} = S_0$, то решение уравнения (6) можно записать в неявном виде [4]

$$S(t) - S_0 - C\ln\left[\frac{\exp\left(\frac{S_\infty - S(t)}{C}\right) - 1}{\exp\left(\frac{S_\infty - S_0}{C}\right) - 1}\right] = -4\kappa t. \qquad (7)$$

Получим решение для двух частных случаев. В первом будем считать, что термодинамическая система находится в состоянии, близком к равновесному: $S_\infty - S << C$. Тогда, приближенное решение уравнения (6) ,имеет вид

$$S(t) = S_\infty - (S_\infty - S_0)\exp\left(-\frac{4\kappa}{C}t\right). \qquad (8)$$

Из выражения (8) следует, что в состояниях, близких к равновесному, энтропия экспоненциально стремится к своему максимальному значению.

Рассмотрим теперь случай, когда термодинамическая система находится в состоянии, далеком от равновесия: $S_\infty - S >> C$. Решение (6) в этом случае имеет вид:

$$S(t) = S_0 + C\ln\left[1 + \frac{4\kappa t}{C}\exp\left(\frac{S_\infty - S_0}{C}\right)\right]. \qquad (9)$$

Как следует из выражения (9), в состояниях далеких от равновесия энтропия стремиться к максимальному значению по логарифмическому закону. Хотя логарифмическая функция и является более пологой, чем экспоненциальная, скорость увеличения энтропии, рассчитанная по формуле (9) оказывается имеющей большую величину, чем в случае применения формулы (8).

Результат численного решения уравнения (6) приведен на рис. 1 (средняя кривая 2) при следующих значениях параметров: $\kappa = 1$, $S_\infty = 10$, $C = 1$ и $S_0 = 1$. На этом же рисунки приведены кривые, рассчитанные по формуле (8) (нижняя кривая 3) и по формуле (9) (верхняя кривая 1). Видно, что решение (8), соответствующее случаю описания термодинамической системы в состоянии близком к равновесию, достаточно явно не совпадает с численным решением уравнения (6) при сильно неравновесном состоянии. Результат, полученный по формуле (9), расходится с численным моделированием в области, близкой к равновесию.

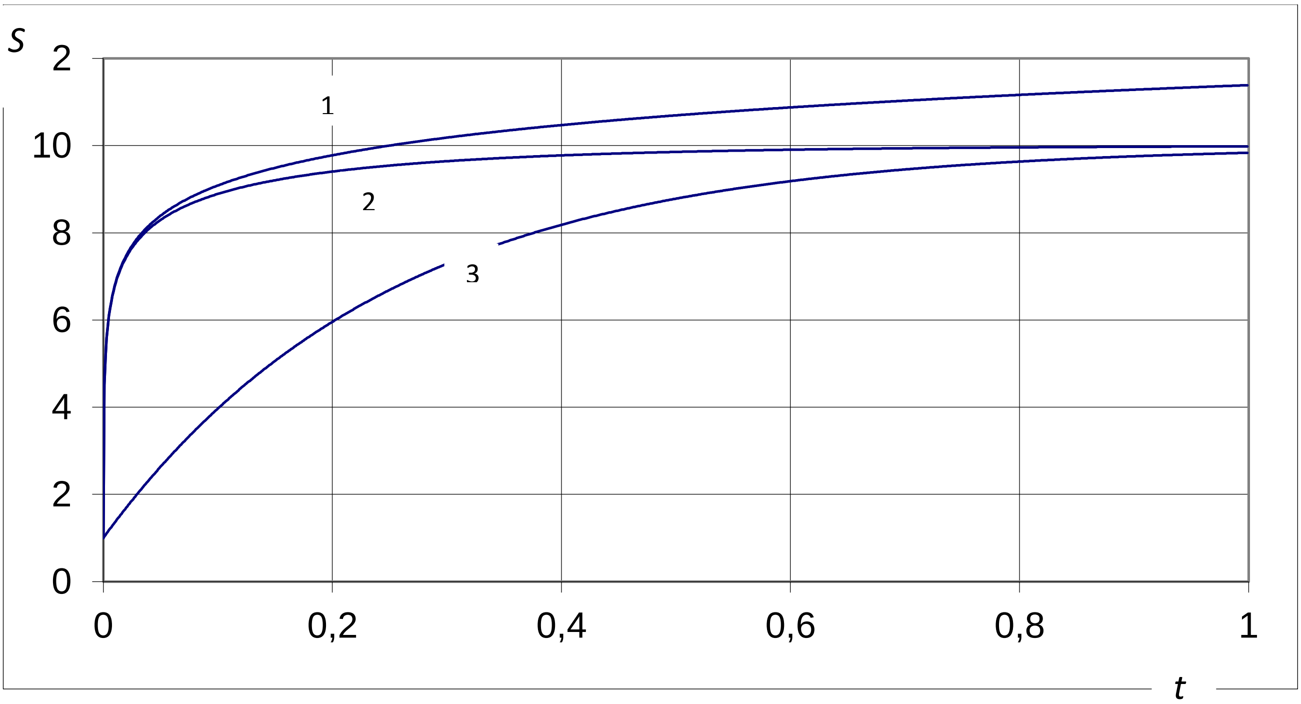

Рис. 1. Зависимость энтропии от времени: 1 – при описании с помощью формулы (9), 2 - при решении уравнения (6), 3 – при описании с помощью формулы (8)

Таким образом, рассмотренный простой пример показывает, что характер стремления энтропии к максимальному значению различен для систем, находящихся в состоянии близком к равновесию и для сильно неравновесных состояний. Полученные зависимости сохраняют свой вид и при описании необратимых процессов в более сложных термодинамических системах и, видимо, имеют достаточно универсальный характер.

Список литературы

1. Леонтович М.А. Введение в термодинамику. Статистическая физика. М.: Наука, 1983. 416 с.

2. Глаголев К.В., Морозов А.Н. Физическая термодинамика. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 272 с.

3. Morozov A.N., Skripkin A.V. Spherical particle Brownian motion in viscous medium as non-Markovian random process // Physics Letters A. 2011. Vol. 375, no. 46. P. 4113-4115. DOI: 10.1016/j.physleta.2011.10.001

4. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1981. 800 с.

SCIENTIFIC PERIODICAL OF THE BAUMAN MSTU

SCIENCE and EDUCATION

EL № FS77 - 48211. №0421200025. ISSN 1994-0408

electronic scientific and technical journal

Calculation of entropy increment during heat exchange between two solid bodies

01, Januare 2014

DOI: 10.7463/0114.0681975

Glagolev K.V., Morozov A.N., Pozdyshev M.L.

Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russian Federation

cglagolev@mail.ru

amor59@mail.ru

pte59@mail.ru

This article presents a description of entropy increment during the thermal contact between two solid bodies. It was demonstrated that the entropy function depends on the system's non-equilibrium coefficient. For a highly non-equilibrium system that function rises logarithmically but when a thermodynamic system is close to equilibrium the type of dependence becomes exponential. Solution to the equation which describes convergence of thermodynamic system's entropy to the equilibrium state was obtained.

Publications with keywords: entropy, thermodynamic system, nonequilibrium state, irreversible process

Publications with words: entropy, thermodynamic system, nonequilibrium state, irreversible process

References

1. Leontovich M.A. *Vvedenie v termodinamiku. Statisticheskaya fizika* [Introduction to thermodynamics. Statistical physics]. Moscow, Nauka, 1983. 416 p.

2. Glagolev K.V., Morozov A.N. *Fizicheskaya termodinamika* [Physical thermodynamics]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2007. 272 p.

3. Morozov A.N., Skripkin A.V. Spherical particle Brownian motion in viscous medium as non-Markovian random process. *Physics Letters A*, 2011, vol. 375, no. 46, pp. 4113-4115. DOI: 10.1016/j.physleta.2011.10.001

4. Prudnikov A.P., Brychkov Yu.A., Marichev O.I. *Integraly i ryady* [Integrals and series]. Moscow, Nauka, 1981. 800 p.